РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРИКУТНИКІВ §2

У цьому параграфі ви дізнаєтесь, що являють собою синус, косинус, тангенс і котангенс кута α, де $0° \leqslant \alpha \leqslant 180°$.

Ви навчитеся за двома сторонами трикутника та кутом між ними знаходити третю сторону, а також за стороною та двома прилеглими до неї кутами знаходити дві інші сторони трикутника.

У 8 класі ви навчилися розв'язувати прямокутні трикутники. Вивчивши матеріал цього параграфа, ви зможете розв'язувати будь-які трикутники.

Ви дізнаєтеся про нові формули, за допомогою яких можна знаходити площу трикутника.

2. Синус, косинус, тангенс і котангенс кута від 0° до 180°

Поняття синуса, косинуса, тангенса й котангенса гострого кута вам відомі з курсу геометрії 8 класу. Розширимо ці поняття для довільного кута α, де $0° \leqslant \alpha \leqslant 180°$.

У верхній півплощині координатної площини розглянемо півколо із центром у початку координат, радіус якого дорівнює 1 (рис. 2.1). Таке півколо називають **одиничним**.

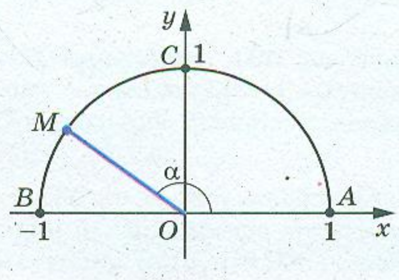

Рис. 2.1

Будемо говорити, що **куту** α $(0° \leqslant \alpha \leqslant 180°)$ **відповідає точка** M одиничного півкола, якщо $\angle MOA = \alpha$, де точки O і A мають відповідно координати (0; 0) і (1; 0) (рис. 2.1). Наприклад, на рисунку 2.1

куту, який дорівнює 90°, відповідає точка C; куту, який дорівнює 180°, — точка B; куту, який дорівнює 0°, — точка A.

Нехай α — гострий кут. Йому відповідає деяка точка $M (x; y)$ дуги AC одиничного півкола (рис. 2.2). У прямокутному трикутнику OMN маємо:

$$\cos\alpha = \frac{ON}{OM}, \quad \sin\alpha = \frac{MN}{OM}.$$

Оскільки $OM = 1$, $ON = x$, $MN = y$, то

$$\cos\alpha = x, \ \sin\alpha = y.$$

Отже, косинус і синус гострого кута α — це відповідно абсциса й ордината точки M одиничного півкола, яка відповідає куту α.

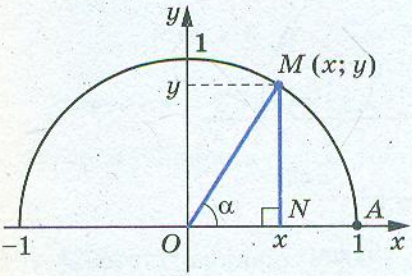

Рис. 2.2

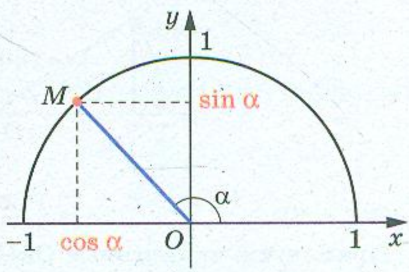

Рис. 2.3

Отриманий результат підказує, як означити синус і косинус довільного кута α, де $0° \leqslant \alpha \leqslant 180°$.

Означення. Косинусом і синусом кута α ($0° \leqslant \alpha \leqslant 180°$) називають відповідно абсцису й ординату точки M одиничного півкола, яка відповідає куту α (рис. 2.3).

Користуючись цим означенням, можна, наприклад, установити, що $\sin 0° = 0$, $\cos 0° = 1$, $\sin 90° = 1$, $\cos 90° = 0$, $\sin 180° = 0$, $\cos 180° = -1$.

Якщо $M (x; y)$ — довільна точка одиничного півкола, то $-1 \leqslant x \leqslant 1$ і $0 \leqslant y \leqslant 1$. Отже, для будь-якого кута α, де $0° \leqslant \alpha \leqslant 180°$, маємо:

$$0 \leqslant \sin\alpha \leqslant 1,$$
$$-1 \leqslant \cos\alpha \leqslant 1.$$

Якщо α — тупий кут, то абсциса точки, що відповідає цьому куту, є від'ємною. Отже, косинус тупого кута є від'ємним числом. Справедливе й таке твердження: якщо $\cos\alpha < 0$, то α — тупий або розгорнутий кут.