

Тернопільський осередок
Наукового товариства імені Шевченка

**Г.М. Возняк,
О.Г. Возняк**

ГЕОМЕТРІЯ НАВКОЛО НАС

7–9 КЛАСИ



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА – БОГДАН

УДК 512.1(075.3)
ББК 22.1я72
В35

Рецензенти:
доктор технічних наук, дійсний член НТШ,
професор кафедри прикладної математики та інформатики
Рівненського державного гуманітарного університету
Бомба А.Я.;
кандидат педагогічних наук, старший викладач
Кременецького гуманітарно-педагогічного інституту імені Тараса Шевченка
Фурман О.А.

Возняк Г.М., Возняк О.Г.
В35 Геометрія навколо нас. 7–9 класи. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2012. — 200 с.

ISBN 978-966-10-1800-5

У посібнику пропонуються можливості здійснення та підсилення практичної спрямованості навчального курсу геометрії за допомогою прикладних задач, узятих із життя, за всіма темами шкільної програми.

Для вчителів математики та учнів загальноосвітніх навчальних закладів.

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-1800-5

© Навчальна книга – Богдан,
майнові права, 2012

ВСТУП

*Ніякої вірогідності немає там, де не
можна застосувати математики.*

М. Кравчук

Спостерігаючи навколишнє, ми помічаємо велику кількість різних предметів, їхній зовнішній вигляд та їхні властивості. Ці предмети відрізняються один від одного своїм виглядом, кольором, масою, властивостями речовин, із яких вони складаються, і т.д. Але всі вони мають певну форму і свої розміри, відповідно до їхнього призначення.

Наприклад, кузову корабля надають форму, яка дає йому стійке положення, рівновагу на поверхні води і дозволяє легше розсікати хвилі морської стихії.

Ми помічаємо також, що кожний предмет займає певне визначене положення серед інших предметів.

У практичному житті досить важливим є те, щоб уміти визначати відстань між предметами, розміщати їх потрібним чином на певній відстані один від одного. Так, на заводі досить важливо правильно розмістити верстати згідно з технологічним процесом або на предметі розмістити отвори для болтів на певній відстані і т.д.

Вивчення форм і розмірів предметів та їхніх взаємних розміщень утворює окрему область людських знань.

Наука, яка вивчає форми, розміри і взаємне розміщення предметів, називається *геометрією*.

Ця наука завжди мала і має численні застосування, основними споживачами якої були і є землеміри, ремісники, будівельники, художники, інженери тощо. Землемірам потрібні правила вимірювання ділянок землі, будівельники, використовуючи геометрію, креслять план споруди. Розрахунки роботи багатьох машин і приладів ґрунтуються на відповідних властивостях геометричних фігур.

У геометрії вагому роль відіграє рисунок. Правильно накреслені рисунки є своєрідною мовою, яку можна вважати інтернаціональною.

Вона зрозуміла будь-якій технічно грамотній людині незалежно від того, якою мовою вона говорить. Накреслені рисунки пересилають з одного заводу на інший, з країни в країну. Людина будь-якої спеціальності, яка вміє читати рисунки, розуміє їх і може використати у своїй діяльності. Рисунок допомагає вивчити геометричну фігуру і застосовувати його для розв'язання задачі практичного характеру.

На уроках геометрії, як і на уроках креслення, слід звертати серйозну увагу на використання стандартного шрифту. Адже недбайливо виконані написи та нечітко розставлені розміри на виробничих рисунках приводять до браку при виготовленні деталей.

Тому розв'язуючи задачу, рисунок треба виконувати так, щоб він повністю відображав її зміст і був моделлю певного об'єкту чи ситуації.

Посібник складається з параграфів, а кожен параграф — з пунктів, відповідним чином пронумерованих. Так, запис 2.5 означає: п'ятий пункт другого параграфа. Кожний пункт містить: теоретичний матеріал, поданий стисло і який відповідає чинній програмі з геометрії, відомості з історії математики та цікаві геометричні факти, а також задачі та завдання практичного змісту.

Те, що треба пам'ятати, записано курсивом.

Складніші задачі виробничого характеру розв'язані стисло або подані вказівки чи рисунки. Задачі, що відповідають високому рівню навчальних досягнень учнів з геометрії, позначені значком *.

1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ

1.1. Основні геометричні поняття

Якщо вивчають лише форму і розмір предмета, то такому предмету дають назву «геометричне тіло». Якщо взяти два предмети однакової форми і однакових розмірів, але виготовлені з різного матеріалу, то вони представляють собою одне і те ж геометричне тіло, хоч їхні фізичні властивості різні.

Наприклад, гумовий і шкіряний м'ячі, що мають однакові розміри, хоч різні у своїх фізичних властивостях, являють собою одне і те ж геометричне тіло (кулю).

Геометричне тіло розглядається незалежним від фізичних і хімічних властивостей. Тому йому приписують таку властивість: *геометричне тіло може вільно переміщатися і змінювати своє положення серед інших тіл, не змінюючи при цьому ні своїх розмірів, ні форми, ні взаємного розміщення своїх частин.*

Основними геометричними фігурами є площина, лінія і точка. Геометричної поверхні, лінії і точки в природі не існує. Ми лише створюємо їх у своїй уяві.

Якщо поверхні геометричних тіл перетинаються, то утворюється лінія. Наприклад, поверхня димової труби перетинається з поверхнею даху, бічні стіни кімнати перетинаються зі стелею і т.ін. При таких перетинах утворюється лінія. Найпростішою з усіх ліній є *пряма*. Представлення про неї дає туго натягнута на двох опорних точках тонка нитка. *Основною властивістю прямої є те, що через дві точки можна провести пряму і тільки одну.*

Цією властивістю прямої постійно користуються на практиці.

Приклади

а) Щоб намітити на місцевості пряму лінію, забивають в землю дерев'яну віху і на деякій відстані від неї — другу віху; ці віхи і представляють на місцевості пряму. Щоб продовжити цю пряму, забива-

діаметр D , якщо відомо d — діаметр кульки, кут α і висота H кульового сегмента.

Розв'язання. $d = 2r$; $D = OM = MC + OC$.

$$1) OC = AE = r - H; D = 2(CE + EB) = 2 \cdot (OA + EB). \quad (1)$$

Оскільки $\angle CKB = \angle EAB = \frac{\alpha}{2}$ як відповідні кути при паралельних прямих, то $\triangle BKC \sim \triangle BAE$.

$$\text{Звідси } \operatorname{tg} \angle BAE = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{EB}{AE} = \frac{EB}{r - H}.$$

$$\text{Отже, } EB = (r - H) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}. \quad (2)$$

2) Оскільки $OB_1 \perp AK$ і $AO \perp OK$, то $\angle BKO = \angle AOB_1 = \frac{\alpha}{2}$.

$$\text{З } \triangle AOB_1: \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{OB_1}{AO} = \frac{r}{AO}; \quad AO = \frac{r}{\cos \frac{\alpha}{2}}. \quad (3)$$

Із рівностей (1), (2) і (3) матимемо:

$$D = 2 \cdot \left(\frac{r}{\cos \frac{\alpha}{2}} + (r - H) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) = \frac{2r}{\cos \frac{\alpha}{2}} + 2(r - H) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

$$\text{Відповідь. } D = \frac{2r}{\cos \frac{\alpha}{2}} + 2(r - H) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}.$$

268. Потрібно обточити конічну деталь довжиною 42 мм з діаметрами 4 мм і 20 мм. На який кут треба повернути верхню частину супорта?

269. Кут конусності втулки на практиці визначають за допомогою двох куль з радіусами r і R (рис. 277). Чому дорівнює кут α , якщо відстань між точками дотику куль дорівнює l .

$$\left[\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{R - r}{l} \right]$$

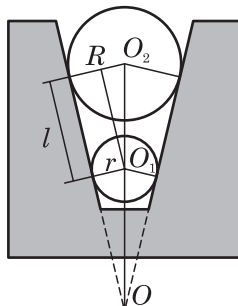


Рис. 277

270*. У дошці потрібно випилити паз таких розмірів: ширина знизу — 13 см, ширина зверху — 9 см і глибина — 2 см. Визначте гострий кут паза і розміри паза (рис. 278).

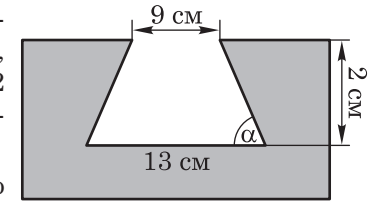


Рис. 278

271*. Визначте розміри паза, зображеного на рис. 279.

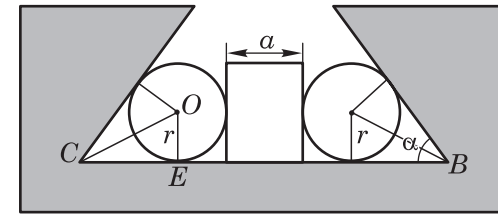


Рис. 279

272. Двадцять чотири рівні сталеві кульки з діаметром 15 мм щільно прилягають у підшипнику одна до одної (рис. 280). Знайдіть діаметр внутрішнього і зовнішнього кіл кочення.

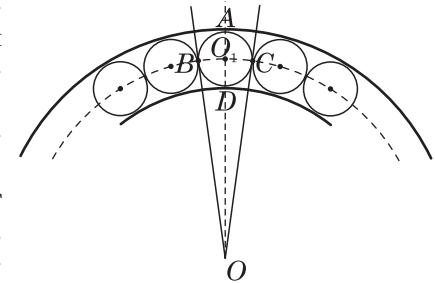


Рис. 280

Розв'язання. Центральний кут сектора, який займає кожна кулька, дорівнює 15° . З прямокутного трикутника OBO_1 , де $\angle BOO_1 = 7^\circ 30'$, знайдемо гіпотенузу OO_1 :

$$\frac{BO_1}{OO_1} = \sin 7^\circ 30', \quad OO_1 = \frac{BO_1}{\sin 7^\circ 30'} \approx 57,5 \text{ (мм)}.$$

Радіус внутрішнього кола кочення:

$$OD = OO_1 - O_1B = 57,5 - 7,5 = 50,0 \text{ (мм)},$$

а його діаметр $d_1 = 2 \cdot OD = 100 \text{ (мм)}$.

Радіус зовнішнього кола кочення

$$OA = OO_1 + O_1B = 57,5 + 7,5 = 65 \text{ (мм)},$$

а його діаметр $d_2 = 2 \cdot OA = 130 \text{ (мм)}$.

273. Вимірювання виступу деталі форми «ластівчиного хвоста» подано на рис. 281. Користуючись позначеннями на рисунку, визначте розмір x .

значте масу деталі, виготовленої таким способом (густина сталі $7,9 \text{ г/см}^3$).

[$\approx 623 \text{ г.}$]

448. Товщину напівциліндричної частини стояка (рис. 442), виготовленого зі сталі, треба зменшити з 20 мм до 18 мм. Як зміниться при цьому маса деталі? Густина сталі — $7,9 \text{ г/см}^3$.

[$\approx 29 \text{ г.}$]

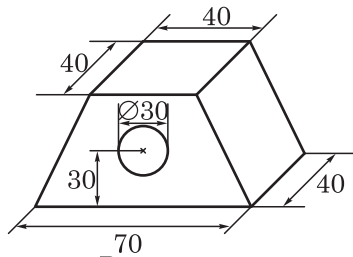


Рис. 441

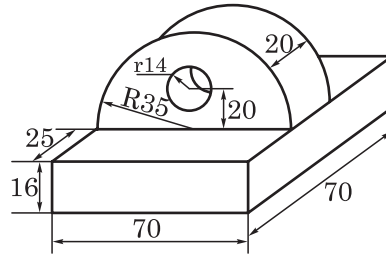


Рис. 442

- 449*. Після обробки сталльної заготовки шарнірного болта (рис. 443) маса болта становить 350 г. Визначте масу відходів металу при обробці, якщо болт виготовляли із шестигранної заготовки. Густина сталі — $7,9 \text{ г/см}^3$.

[$\approx 70 \text{ г.}$]

450. Для будівництва ферми потрібно 12750 стальних заклепок (рис. 444). Скільки сталі (в тоннах) потрібно для виготовлення такої кількості заклепок? Густина сталі — $7,9 \text{ г/см}^3$.

Примітка. Об'єм головки становить $\frac{5}{14}$ об'єму кулі з таким самим радіусом.

радіусом.

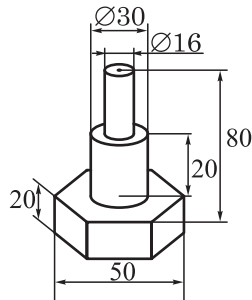


Рис. 443

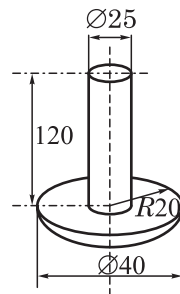


Рис. 444

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Бородин О.І., Гольдвассер Й.І., Пуляев. Збірник задач з математики (на основі виробництва). Київ: Радянська школа, 1963. — 148 с.
2. Возняк Г.М. Математика. Прикладні задачі: від теорії до практики. Тернопіль: Мандрівець, 2003. — 136 с.
3. Возняк Г.М., Гусев В.А. Прикладные задачи на экстремумы. Москва: Просвещение, 1985, — 144 с.
4. Гуткин Л.И. Сборник задач по математике с практическим содержанием. Москва: Высшая школа, 1968. — 112 с.
5. Черватюк О.Г., Шинанська Г.Д. Елементи цікавої математики на уроках математики. Київ: Радянська школа, 1968. — 192 с.
6. Шварцбург Б.И., Шварцбург С.И. Задачи по математике для школ с математической специализацией. Москва: Просвещение, 1962. — 96 с.

ЗМІСТ

Вступ	3
1. Основні поняття	5
1.1. Основні геометричні поняття	5
1.2. Кути та їхнє вимірювання	8
2. Взаємне розташування прямих на площині	12
2.1. Суміжні кути	12
2.2. Вертикальні кути	13
2.3. Перпендикулярні прямі	14
2.4. Паралельні прямі	15
2.5. Ознака паралельності прямих	15
2.6. Зображення простих предметів на рисунках	16
3. Трикутники	19
3.1. Трикутник і його елементи	20
3.2. Рівність трикутників	22
3.3. Рівність плоских геометричних фігур	23
3.4. Ознаки рівності трикутників	24
3.5. Ознаки рівності прямокутних трикутників	27
3.6. Рівнобедрені трикутники	28
4. Коло. Круг	34
4.1. Коло, круг та їхні елементи	34
4.2. Взаємне розміщення двох кіл	37
4.3. Дотична до кола	39
4.4. Властивість діаметра, перпендикулярного до хорди	41
4.5. Геометричне місце точок	42
4.6. Серединний перпендикуляр	43
4.7. Бісектриса кута	44
4.8. Описані і вписані кола	45
4.9. Найпростіші задачі на побудову	47
5. Чотирикутники	50
5.1. Чотирикутник і його елементи	50
5.2. Знаходження елементів, які визначають фігуру	51
5.3. Паралелограм та його властивості	54
5.4. Прямокутник, ромб, квадрат та їхні властивості	56
5.5. Трапеція	60
5.6. Вписані та центральні кути	63
5.7. Вписані та описані чотирикутники	65
5.8. Теорема Фалеса	67
5.9. Середня лінія трикутника	68
5.10. Середня лінія трапеції	68
6. Подібність трикутників	70
6.1. Подібність фігур	70
6.2. Масштаб і подібність	71
6.3. Теорема про пропорційні відрізки	74
6.4. Ознаки подібності трикутників	75
6.5. Вимірювання діаметрів великих циліндричних валів	78
6.6. Середні пропорційні відрізки в прямокутному трикутнику	81
6.7. Властивість бісектриси трикутника	83
7. Многокутники. Площі многокутників	85
7.1. Многокутник. Сума кутів опуклого многокутника	85
7.2. Вписані й описані многокутники. Площі прямокутника, паралелограма, трикутника, трапеції	89
8. Розв'язування прямокутних трикутників	93
8.1. Теорема Піфагора	93
8.2. Перпендикуляр і похила, їхні властивості	96
8.3. Синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутного трикутника	97
8.4. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника	98
8.5. Розрахунок гвинта	104
9. Розв'язування трикутників	107
9.1. Синус, косинус, тангенс кутів від 0° до 180°	107
9.2. Тригонометричні тотожності	116
9.3. Теореми косинусів і синусів	118
9.4. Формули для знаходження площі трикутника	123
10. Правильні многокутники	128
10.1. Правильні многокутники	128
10.2. Побудова правильних многокутників	130
10.3. Довжина кола	135
10.4. Спряження	139
10.5. Пасова передача	144
10.6. Площа круга	148
11. Декартові координати на площині	155
11.1. Прямокутна система координат на площині	155
11.2. Відстань між двома точками	157
11.3. Рівняння фігур	159
12. Геометричні перетворення	162
12.1. Рух (переміщення) фігури	162
12.2. Перетворення подібностей. Гомотетія	166
12.3. Площі подібних фігур	168
13. Вектор на площині	170
13.1. Вектор. Модуль і напрям вектора. Рівність векторів	170
13.2. Координати вектора	171
13.3. Множення вектора на число. Скалярний добуток векторів	176
14. Початкові відомості зі стереометрії	179
14.1. Прямі й площини у просторі	179
14.2. Прямі призми	181
14.3. Піраміди	184
14.4. Циліндр	187
14.5. Конус	189
14.6. Конусність деталі	190
14.7. Куля	192
14.8. Комбіновані тіла	195
Використана література	197



Навчальне видання

ВОЗНЯК Григорій Михайлович
ВОЗНЯК Ольга Григорівна

ГЕОМЕТРІЯ НАВКОЛО НАС

7–9 КЛАСИ

Головний редактор *Богдан Будний*
Редактор *Володимир Дячун*
Художник обкладинки *Володимир Басалига*
Дизайн та комп'ютерна верстка *Андрія Кравчука*

Підписано до друку 1.04.2012. Формат 60×84/16. Папір офсетний.
Гарнітура Century SchoolBook. Умовн. друк. арк. 11,63. Умовн. фарбо-відб. 11,63.

Видавництво «Навчальна книга – Богдан»
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців
ДК №370 від 21.03.2001 р.

Навчальна книга – Богдан, а/с 529, просп. С. Бандери, 34а, м. Тернопіль, 46008
тел./факс (0352) 52-19-66; 52-06-07; 52-05-48
E-mail: publishing@budny.te.ua, office@bohdan-books.com
www.bohdan-books.com

ISBN 978-966-10-1800-5



9 | 789661 | 018005