1. Чотирикутник та його елементи

На рисунку 1 відрізки AB і BC мають тільки одну спільну точку B, яка є кінцем кожного з них. Такі відрізки називають **сусідніми**. На рисунку 2 кожні два відрізки є сусідніми.

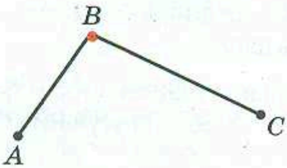


Рис. 1

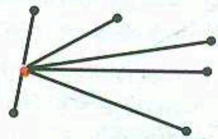
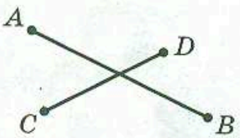
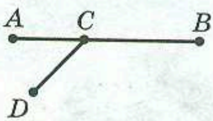


Рис. 2

Відрізки AB і CD на рисунку 3 не є сусідніми.



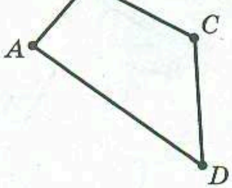
а



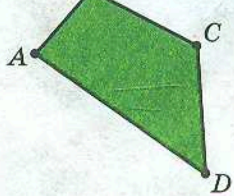
б

Рис. 3

Розглянемо фігуру, яка складається із чотирьох точок A, B, C, D і чотирьох відрізків AB, BC, CD, DA таких, що ніякі два сусідніх відрізки не лежать на одній прямій і ніякі два несусідніх відрізки не мають спільних точок (рис. 4, *а*).



а

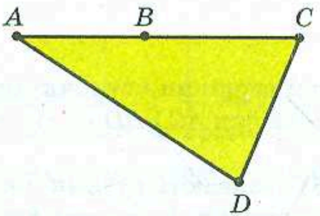


б

Рис. 4

Фігура, утворена цими відрізками, обмежує частину площини, виділену на рисунку 4, *б* зеленим кольором. Цю частину площини разом з відрізками AB, BC, CD і DA називають **чотирикутником.** Точки A, B, C, D називають **вершинами** чотирикутника, а відрізки AB, BC, CD, DA — **сторонами** чотирикутника.

На рисунку 5 зображено фігури, що складаються із чотирьох відрізків AB, BC, CD, DA та частини площини, яку вони обмежують. Проте ці фігури не є чотирикутниками. Поясніть чому.



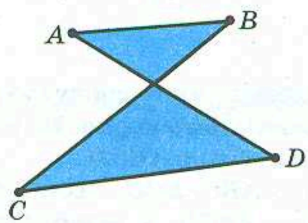


Рис. 5

Сторони чотирикутника, які є сусідніми відрізками, називають **сусідніми сторонами** чотирикутника. Вершини, які є кінцями однієї сторони, називають **сусідніми вершинами** чотирикутника. Сторони, які не є сусідніми, називають **протилежними сторонами** чотирикутника. Несусідні вершини називають **протилежними вершинами** чотирикутника.

На рисунку 6 зображено чотирикутник, у якому, наприклад, сторони MQ і MN є сусідніми, а сторони NP і MQ — протилежними. Вершини Q і P — сусідні, а вершини M і P — протилежні.

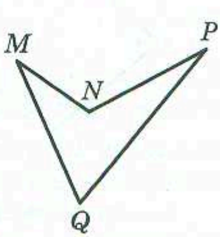


Рис. 6

Чотирикутник називають і позначають за його вершинами. Наприклад, на рисунку 4, *б* зображено чотирикутник $ABCD$, а на рисунку 6 — чотирикутник $MNPQ$. У позначенні чотирикутника букви, що стоять поруч, відповідають сусіднім вершинам чотирикутника. Наприклад, чотирикутник, зображений на рисунку 6, можна позначити ще й так: $PQMN$, або $MQPN$, або $NPQM$тощо.

Суму довжин усіх сторін чотирикутника називають **периметром** чотирикутника.

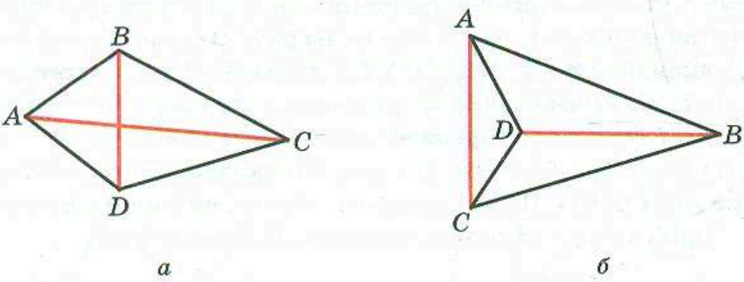


Рис. 7

Відрізок, який сполучає протилежні вершини чотирикутника, називають **діагоналлю**. На рисунку 7 відрізки AC і BD — діагоналі чотирикутника $ABCD$.

Кути ABC, BCD, CDA, DAB (рис. 8) називають **кутами** чотирикутника $ABCD$. У цьому чотирикутнику всі вони менші від розгорнутого кута. Такий чотирикутник називають **опуклим**. Однак існують чотирикутники, у яких не всі кути менші від розгорнутого. Наприклад, на рисунку 9 кут B чотирикутника $ABCD$ більший за 180°. Такий чотирикутник називають **неопуклим**[1].

Кути ABC і ADC називають **протилежними кутами** чотирикутника $ABCD$ (рис. 8, 9). Також протилежними є кути BAD і BCD.

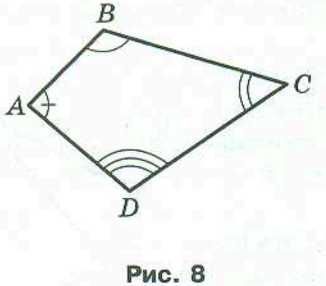


Рис. 8

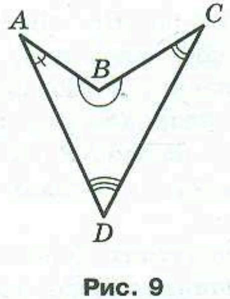
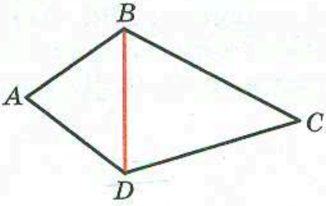


Рис. 9

Теорема 1.1. ***Сума кутів чотирикутника дорівнює* 360°.**

Доведення. ⊙ Проведемо в чотирикутнику діагональ, яка розбиває його на два трикутники. Наприклад, на рисунку 10 це діагональ BD. Тоді сума кутів чотирикутника $ABCD$ дорівнює сумі кутів трикутників ABD і CBD. Оскільки сума кутів трикутника дорівнює 180°, то сума кутів чотирикутника дорівнює 360°. ▲

[1] Докладніше з поняттям «опуклість» ви ознайомитеся в п. 19.



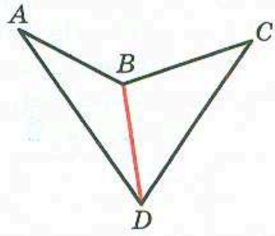


Рис. 10

Наслідок. ***У чотирикутнику тільки один із кутів може бути більшим за розгорнутий.***

Доведіть цю властивість самостійно.

Задача 1. Доведіть, що довжина будь-якої сторони чотирикутника менша від суми довжин трьох інших його сторін.

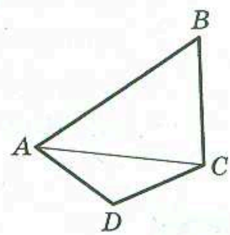


Рис. 11

Розв'язання. Розглянемо довільний чотирикутник $ABCD$ (рис. 11). Покажемо, наприклад, що $AB < AD + DC + CB$.

Проведемо діагональ AC. Застосовуючи нерівність трикутника для сторін AB і AC відповідно трикутників ABC і ADC, отримуємо нерівності: $AB < AC + CB$, $AC < AD + DC$.

Звідси $AB < AC + CB < AD + DC + CB$.

Отже, $AB < AD + DC + CB$.

Задача 2. Побудуйте чотирикутник за двома сусідніми сторонами та чотирма кутами, кожний з яких менший від розгорнутого.[1]

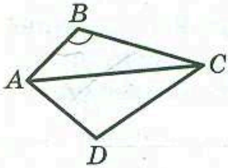


Рис. 12

Розв'язання. На рисунку 12 зображено чотирикутник $ABCD$, у якому відомо довжини сторін AB і BC, а також усі його кути.

У трикутнику ABC відомо дві сторони AB і BC та кут B між ними. Отже, цей трикутник можна побудувати. Тепер можемо від променів AB і CB відкласти кути, які дорівнюють кутам чотирикутника при вершинах A і C.

Проведений аналіз показує, як будувати шуканий чотирикутник.

[1] У підручнику задачі на побудову не є обов'язковими для розгляду.