



1. Ознаки рівності трикутників

Поновіть у пам'яті зміст пунктів 7–11 на с. 194–196.



ВПРАВИ

- 1.1.° На рисунку 1.1 $AB = KE$, $BC = KM$, $AM = EC$. Доведіть, що $\angle AMK = \angle BCE$.
- 1.2.° На медіані BM трикутника ABC позначили точку O так, що $\angle OAC = \angle OCA$. Доведіть, що трикутник ABC рівнобедрений.
- 1.3.° На рисунку 1.2 $AB = BC$, $AM = KC$, $\angle AKE = \angle FMC$. Доведіть, що трикутник FBE рівнобедрений.
- 1.4.° У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AC проведено бісектриси AD і CE . Доведіть, що $AE = CD$.
- 1.5.° Відрізки AB і CD лежать на одній прямій і мають спільну середину. Точку M вибрано так, що трикутник AMB рівнобедрений з основою AB . Доведіть, що трикутник CMD також є рівнобедреним з основою CD .
- 1.6.° Рівнобедрені трикутники ABC і ADC мають спільну основу AC . Доведіть, що пряма BD — серединний перпендикуляр відрізу AC .
- 1.7.° На сторонах AC і BC трикутника ABC позначено точки F і K відповідно. Доведіть, що коли трикутники AFB і AKB рівні з відповідними сторонами BF і AK , то трикутник ABC рівнобедрений.
- 1.8.° Серединний перпендикуляр сторони BC трикутника ABC перетинає його сторону AB у точці D . Знайдіть довжину відрізу AD , якщо $CD = 4$ см, $AB = 7$ см.

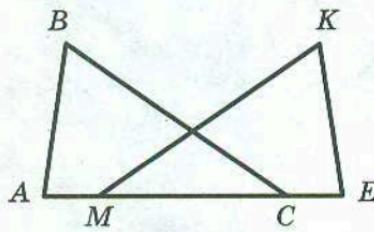


Рис. 1.1

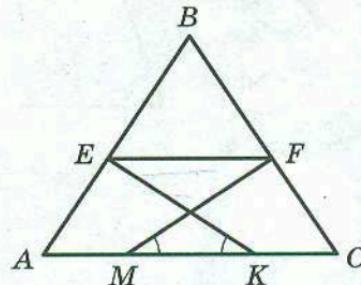


Рис. 1.2

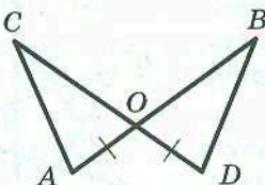


Рис. 1.3

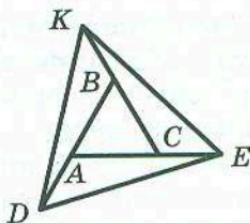


Рис. 1.4

1.9. На рисунку 1.3 $OA = OD$. Доповніть умову задачі однією вимогою так, щоб можна було стверджувати, що трикутники AOC і BOD рівні:

- 1) за першою ознакою рівності трикутників;
- 2) за другою ознакою рівності трикутників.

1.10. Відрізки AB і CD перетинаються в точці O та діляться цією точкою навпіл. На відрізку AC позначено точку M , а на відрізку BD — точку K так, що $AM = BK$. Доведіть, що:

- 1) $OM = OK$;
- 2) точки M , O і K лежать на одній прямій.

1.11. На продовженнях сторін AB , BC , AC рівностороннього трикутника ABC за точки A , B і C відповідно відкладали рівні відрізки AD , BK і CE (рис. 1.4). Доведіть, що трикутник DEK рівносторонній.

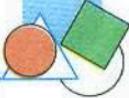
1.12. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 20 см, а його медіана розбиває даний трикутник на два трикутники так, що периметр одного з них на 6 см менший від периметра другого. Знайдіть бічну сторону даного трикутника.

1.13. Висоти AM і CK трикутника ABC перетинаються в точці H , $HK = HM$. Доведіть, що трикутник ABC рівнобедрений.

1.14. Чи можна стверджувати, що коли дві сторони та висота, проведена до третьої сторони, одного трикутника відповідно дорівнюють двом сторонам та висоті, проведенній до третьої сторони, другого трикутника, то ці трикутники рівні?

1.15. У трикутнику ABC відомо, що $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $AC = 6$ см. На стороні BC позначено точку M так, що $CM = 1$ см. Пряма, яка проходить через точку M перпендикулярно до бісектриси кута ACB , перетинає сторону AC у точці K , а пряма, яка проходить через точку K перпендикулярно до бісектриси кута BAC , перетинає пряму AB у точці D . Знайдіть відрізок BD .

1.16. Медіана AM трикутника ABC перпендикулярна до його бісектриси BK . Знайдіть сторону AB , якщо $BC = 16$ см.



- 1.17.*** У трикутнику одна з медіан перпендикулярна до однієї з бісектрис. Доведіть, що одна зі сторін трикутника вдвічі більша за другу.

- 1.18.**** Довжини сторін трикутника, виражені в сантиметрах, дорівнюють трьом послідовним натуральним числам. Знайдіть сторони цього трикутника, якщо одна з його медіан перпендикулярна до однієї з його бісектрис.

- 1.19.**** У «зірки» $ACEBD$ (рис. 1.5) рівні кути при вершинах A і B , кути при вершинах E і C , а також рівні відрізки AC і BE . Доведіть, що $AD = BD$.

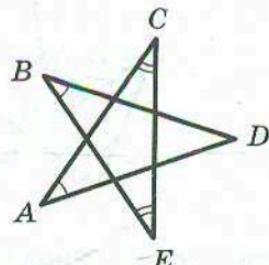


Рис. 1.5

2. Паралельні прямі. Сума кутів трикутника

Поновіть у пам'яті зміст пунктів 12–17 на с. 196–198.



ВПРАВИ

- 2.1.**° Відрізки AB і CD перетинаються в точці O та діляться цією точкою навпіл. Доведіть, що $AC \parallel BD$.
- 2.2.**° Через вершину C трикутника ABC проведено пряму, яка паралельна бісектрисі AM трикутника та перетинає пряму AB у точці K . Знайдіть кути трикутника AKC , якщо $\angle BAC = 70^\circ$.
- 2.3.**° Медіана CM трикутника ABC дорівнює половині сторони AB . Доведіть, що трикутник ABC прямокутний.
- 2.4.**° У трикутнику ABC бісектриси кутів A і C перетинаються в точці O . Доведіть, що $\angle AOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC$.
- 2.5.**° Доведіть, що бісектриса зовнішнього кута при вершині рівнобедреного трикутника паралельна його основі.
- 2.6.**° У трикутнику ABC відомо, що $\angle A = \alpha$, бісектриси зовнішніх кутів при вершинах B і C перетинаються в точці O . Знайдіть кут BOC .
- 2.7.**° У рівнобедреному трикутнику ABC з основою BC проведено висоту BM завдовжки 7,5 см, $\angle MBC = 15^\circ$. Знайдіть бічну сторону трикутника.

- 2.8.** Висоти AM і CK трикутника ABC перетинаються в точці H . Доведіть, що $\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC$.

- 2.9.** У трикутнику ABC кут ACB прямий, CH — висота даного трикутника, CD — бісектриса трикутника BCH . Доведіть, що $AC = AD$.

- 2.10.** На рисунку 2.1 $AB \parallel DE$. Доведіть, що $\angle BCD = \angle ABC + \angle CDE$.

- 2.11.** Через точку O перетину бісектрис AE і CF трикутника ABC провели пряму, паралельну прямій AC . Ця пряма перетинає сторону AB у точці M , а сторону BC — у точці K . Доведіть, що $MK = AM + CK$.

- 2.12.** На гіпотенузі AB прямокутного трикутника ABC позначили точки D і E так, що $AC = AE$ і $BC = BD$. Знайдіть кут DCE .

- 2.13.** На сторонах AC і BC трикутника ABC відповідно позначили точки M і N так, що $AN = BM = AB$. Відрізки AN і BM перетинаються в точці P . Доведіть, що $\angle APM = 2 \angle ACB$.

- 2.14.** Бісектриса кута B рівнобедреного трикутника ABC розбиває його на два рівнобедрені трикутники. Знайдіть кути трикутника ABC .

- 2.15.** У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, точка M — середина сторони AB . Серединний перпендикуляр відрізка AB перетинає відрізок BC у точці K . Доведіть, що $MK = \frac{1}{3} BC$.

- 2.16.** У трикутнику MKE відомо, що $\angle K = 90^\circ$, $\angle E = 30^\circ$, $KE = 12$ см. Знайдіть бісектрису MC трикутника.

- 2.17.** Висоти гострокутного трикутника ABC перетинаються в точці H . Відомо, що $AB = CH$. Знайдіть кут ACB .

- 2.18.** У трикутнику ABC проведено бісектрису CD . Відомо, що центр кола, вписаного в трикутник BCD , збігається із центром кола, описаного навколо трикутника ABC . Знайдіть кути трикутника ABC .

- 2.19.** У трикутнику ABC проведено бісектриси AA_1 і CC_1 . Доведіть, що коли довжини перпендикулярів, опущених з вершини B на прямі AA_1 і CC_1 , рівні, то трикутник ABC рівнобедрений.

- 2.20.** На продовженні найбільшої сторони AC трикутника ABC відкладено відрізок CM , рівний відрізку BC . Доведіть, що кут ABM тупий або прямий.

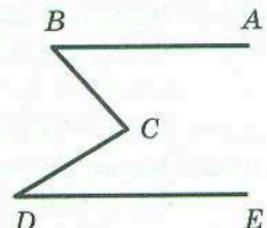


Рис. 2.1