

Ю. І. МАЛЬОВАНИЙ
Г. М. ЛИТВИНЕНКО
Г. М. ВОЗНЯК

Алгебра

Підручник для 7 класу
загальноосвітніх навчальних
закладів

*Рекомендовано
Міністерством освіти
і науки України*

За редакцією Ю. І. Мальованого



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72
М21

*Рекомендовано Міністерством освіти
і науки України
(лист № 1/1 1-1604 від 08.05.08 р.)*

За редакцією Ю.І. Мальованого

Мальований Ю.І.
М21 Алгебра: Підруч. для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. /
Ю.І. Мальований, Г.М. Литвиненко, Г.М. Возняк; За ред.
Ю.І. Мальованого. – Тернопіль: Навчальна книга–Богдан,
2008. — 192 с.: іл.
ISBN 978-966-10-0273-8

ББК 22.1я72

*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути використана чи відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-10-0273-8

© Мальований Ю.І., Литвиненко Г.М.,
Возняк Г.М., 2007
© Навчальна книга–Богдан, макет,
художнє оформлення, 2008

Алгебра щедра, вона часто дає більше,
ніж у неї просять.

Ж. Д'Аламбер,
французький математик

СЛОВО ДО УЧНІВ

Дорогі семикласники!


Перед вами підручник, який покликаний допомогти вам вивчати новий навчальний предмет – алгебру. До цього часу ви мали справу в основному з обчисленнями, які виконували над конкретними числами. Ви ознайомилися з правилами і прийомами таких обчислень, навчилися виконувати чотири математичні дії (операції) з цілими і дробовими числами. Ці та інші відомості, що стосуються чисел, вивчає галузь математики, яка називається *арифметикою*.

На відміну від арифметики, в алгебрі числа записують не лише за допомогою цифр, але в багатьох випадках позначають буквами. Алгебра вивчає правила перетворення виразів, складених із чисел, букв, знаків математичних дій. Вивчаючи алгебру, ви ознайомитеся з новими математичними операціями, а також поняттями, без яких не можна уявити не лише математики, але й більшості наук, навіть далеких від неї. Протягом усієї історії становлення і розвитку алгебри як самостійної галузі математики важливим предметом її вивчення були рівняння. Вам уже відомі найпростіші рівняння і ви вмiєте їх розв'язувати. У процесі вивчення алгебри ваші знання про рівняння значно розширяться. Ви ознайомитеся з багатьма новими видами рівнянь і способами їх розв'язування, дізнаєтесь багато цікавого про історію відкриття цих способів, нелегку, а часом і трагічну долю вчених, які ці відкриття здійснили.

Отже, попереду у вас захоплююча подорож у світ алгебри. Здолати всі труднощі цієї подорожі вам допоможе підручник. Яким він буде помічником – добрим чи не дуже – залежить і від вас.

Ніколи не намагайтеся виконувати вправи, не ознайомившись із теоретичним матеріалом, поданим у відповідному пункті підручника.

Щоб привернути вашу увагу до особливо важливих положень, їх виділено відмінним від звичайного шрифтом. Означення та

властивості, які потрібно запам'ятати, виділено **напівжирним** шрифтом і позначено знаком оклику . Основні формули записано на кольоровій плашці. Послідовність виконання певних дій, перетворення виразів, розв'язування задач надруковано *курсивом*. Зосередити увагу на найсуттєвішому вам допоможуть і відповідні запитання для самоперевірки, подані в кінці кожного пункту.

Для зручності вивчення навчальний матеріал пунктів підручника розбито на підпункти. Кожен із них має заголовок і позначений знаком ● .

У тексті наведено також приклади розв'язування ряду вправ із детальними поясненнями і зразками відповідних записів. У рубриці «Увага!» ви знайдете застереження від можливих помилок, яких нерідко припускаються школярі.

Виконуючи завдання для самоперевірки, ви зможете оцінити свої навчальні досягнення.

У кінці підручника (§ 10) подано основні відомості з курсу математики 5–6-х класів, які допоможуть пригадати навчальний матеріал, потрібний для вивчення певного пункту.

На рівень складності пропонувані задачі і вправ вказують умовні позначки: знак ° біля номера завдання позначає вправи, що відповідають початковому і середньому рівням; * – вправи високого рівня навчальних досягнень. Якщо ж біля номера немає спеціального позначення, то ця вправа відповідає достатньому рівню.

Ну що ж, тепер залишається поринути у світ невідомого. Успіхів вам у його пізнанні!

Автори

$$(56 + 24) : 2$$
$$(2a + 3b) : 2$$

РОЗДІЛ

1

ЦІЛІ АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ

§ 1. АЛГЕБРАЇЧНІ ВИРАЗИ. ПЕРЕТВОРЕННЯ ОДНОЧЛЕНІВ

1.1. Алгебраїчні вирази

? Пригадайте

1. Наведіть приклади числового виразу і буквеного виразу.
2. Як знайти значення числового виразу?
3. Що необхідно знати, щоб знайти значення буквеного виразу?
4. До яких відомих вам формул входять букви? Поясніть їх зміст.

До того, що ви знаєте про числові і буквені вирази, додамо ще таке.

● **Що таке алгебраїчний вираз.** Числа, як відомо, записують за допомогою десяти цифр. У випадках, коли не має значення, яке це число, його позначають буквою. Так, за допомогою букв ви записували, наприклад, закони і властивості арифметичних дій, які виконуються для будь-яких чисел, формули для обчислення площі круга $S = \pi R^2$, об'єму куба $V = a^3$ та ін.

Буквою позначають також число, якщо невідомо, чому воно дорівнює. Зокрема, в рівнянні $x - 3 = 8$ або в пропорції $12 : 5 = 8 : x$ буквою x позначено невідоме число.

Буквені вирази називають ще *алгебраїчними виразами*. Узагальнюючи набуті вами відомості про буквені (алгебраїчні) вирази, можна сказати, що

! **алгебраїчний вираз** – це запис, що складається з чисел і букв, сполучених знаками дій, а також дужок, що вказують на порядок дій.

Так, $a + b + c$, $2m - 3n$, $0,5a^2$, $x^2 \cdot (3x + y)$, $\frac{x+y}{x-y}$, $\frac{2b-1}{3}$, $4 + \frac{m}{n}$, $a^2 - 5a + 1$ – усе це алгебраїчні вирази.

Якщо в алгебраїчний вираз $a^2 - 5a + 1$ підставимо, наприклад, замість a число 4 і виконаємо зазначені дії, то дістанемо *числове значення*, коротше, *значення* цього виразу,

якщо $a = 4$:

$$a^2 - 5a + 1 = 4^2 - 5 \cdot 4 + 1 = 16 - 20 + 1 = -3;$$

якщо $a = 1$, то $a^2 - 5a + 4 = 1^2 - 5 \cdot 1 + 4 = 0$;

якщо $a = -3$, то $a^2 - 5a + 4 = (-3)^2 - 5 \cdot (-3) + 4 = 9 + 15 + 4 = 28$,

і т. д.

Бачимо, що для різних значень a дістаємо різні значення даного виразу. Тому кажуть, що значення цього виразу залежить від значення a .

Приклад 1. Розглянемо вираз $(4x + 96) : 4 - x$ і знайдемо його значення для кількох різних значень x :

якщо $x = 0$, то $(4x + 96) : 4 - x = (4 \cdot 0 + 96) : 4 - 0 = 96 : 4 = 24$;

якщо $x = 2$, то $(4x + 96) : 4 - x = (4 \cdot 2 + 96) : 4 - 2 = 104 : 4 - 2 = 26 - 2 = 24$;

якщо $x = -3$, то $(4x + 96) : 4 - x = (4 \cdot (-3) + 96) : 4 - (-3) = (-12 + 96) : 4 + 3 = 84 : 4 + 3 = 21 + 3 = 24$.

Чи випадково числові значення виразу для різних значень x виявилися однаковими?

Для відповіді на це запитання спростимо даний вираз, скориставшись правилом ділення суми на число. Маємо:

$$(4x + 96) : 4 - x = 4x : 4 + 96 : 4 - x = x + 24 - x = 24.$$

Тепер очевидно, що яким би не було значення x , значення виразу дорівнюватиме 24. Тому кажуть, що *значення виразу $(4x + 96) : 4 - x$ не залежить від значення x .*

Приклад 2. Обчислюючи значення виразу $\frac{2b}{b-5}$, коли $b = 5$, дістанемо числовий вираз $\frac{2 \cdot 5}{5-5}$, який не має значення, бо знаменник дробу дорівнює нулю. У такому разі кажуть, що, коли $b = 5$, вираз $\frac{2b}{b-5}$ *не має смислу*.

Вираз $\frac{3a+4}{a^2-1}$ не має смислу, коли $a = 1$ та $a = -1$. Поясніть, чому.

Оскільки букви в алгебраїчному виразі можуть набувати різних значень, тобто змінювати свої значення, то їх ще називають *змінними*. У виразі $3a - 2b$ — дві змінні, у виразі $4x^2y - 5t$ — три, у виразі $2\pi R$ — одна, оскільки буквою π позначають сталие число, наближене значення якого дорівнює 3,14.

Алгебраїчний вираз, який не містить ділення на змінну, називається *цілим виразом*. Далі ми розглядатимемо перетворення цілих виразів.

● **Як назвати вираз.** Обчислюючи значення виразу $(a - 2)(a + 4)$, слід виконувати дії в такій послідовності:

1) віднімання в перших дужках;

2) додавання в других дужках;

3) множення першого результату на другий.

Назву результату дії, яку в процесі знаходження значення виразу виконують останньою, поширюють на назву самого виразу. У даному випадку остання дія – множення, її результатом є добуток. Тому даний вираз є добутком виразів $a - 2$ і $a + 4$. У свою чергу, $a - 2$ – це різниця чисел a і 2, а $a + 4$ – сума чисел a і 4. Отже, остаточна назва виразу $(a - 2)(a + 4)$ така: добуток різниці чисел a і 2 та суми чисел a і 4.

При обчисленні значення виразу $(140 + 10) : (52 - 22)$ останньою дією є ділення, а її результатом – частка, що й визначає назву даного виразу: частка суми чисел 140 і 10 та різниці чисел 52 і 22.

Вирази виду $m : n$, або $\frac{m}{n}$, називають ще відношенням m і n .

Отже, попередній вираз $(140 + 10) : (52 - 22)$ можна назвати ще й так: відношення суми чисел 140 і 10 та різниці чисел 52 і 22.

Вираз $3 \cdot 8$ є добутком чисел 3 і 8. Використовують також іншу назву цього виразу – потроєне число 8. Вираз $2ab$ називають подвоєним добутком чисел a і b ; $\frac{7+4}{2}$ – півсумою чисел 7 і 4; $\frac{1}{3} \cdot (5 \cdot 10)$ – третиною добутку чисел 5 і 10.

Історична довідка

Перший крок до створення буквені символіки зробив давньогрецький математик Діофант (III ст.), який використовував скорочений запис слів.

Основоположником застосування буквені символіки в алгебрі вважають французького математика Франсуа Вієта (1540–1603). Його буквені символіка відрізняється від сучасної. Проте її використання дало змогу Вієту зробити важливі відкриття в математиці.

Спростив і узагальнив алгебраїчну символіку видатний французький учений Рене Декарт (1596–1650). Запровадженими ним позначеннями послуговуються і сучасні математики.



Франсуа Вієт

?? Запитання для самоперевірки ??

1. У яких випадках числа позначають буквами? Наведіть приклади.
2. Який вираз називають алгебраїчним? Наведіть приклади.

3. Як знайти числове значення алгебраїчного виразу для даного значення змінної (змінних)?

4. Як утворити назву алгебраїчного виразу? Поясніть на прикладах.



Задачі та вправи



Знайдіть значення виразів (1–2):

1°. а) $92 \cdot 5$; б) $103 \cdot 12$; в) $-98 \cdot 7$;

г) $27\frac{7}{8} \cdot 8$; р) $34,3 : 7$; д) $0,25 \cdot 7$.

2°. а) $1,5 \cdot \frac{2}{3} - 1\frac{5}{8}$; б) $2,6 + 3,4 : 1\frac{1}{16}$;

в) $2\frac{1}{49} \cdot 1\frac{1}{55} - 1,16 : 0,56$; г) $(51,8 + 44,3 + 48,2 - 24,3) : \frac{1}{3}$.

3. Чи правильні рівності:

а) $4\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \cdot \left(1\frac{7}{9} - \frac{4}{9}\right) = 5$; б) $5\frac{1}{7} - \frac{1}{7} \cdot \left(1\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = 3$;

в) $90,9 : 3,03 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{6}\right) = 1$; г) $\left(\frac{2}{5} + 2\frac{3}{5}\right) \cdot (12,4 : 3,1) = 12$;

г) $\frac{12,5 - 4,1}{4} = 1,7 + 0,6$; д) $\frac{0,75 - 0,15}{2} = 0,15 + 0,25$?

4. Числове значення якого з виразів дорівнює 4:

а) $5 - 3\frac{2}{7} + \frac{2}{7} \cdot (-8)$; б) $12 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2$;

в) $-3\frac{1}{3} \cdot (0,9) - \frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2}$; г) $2\frac{2}{3} + 1\frac{3}{4} \cdot 8\frac{4}{21} - 13$?

5. Складіть і запишіть числовий вираз, який не має смислу.

Знайдіть значення виразів (6 – 8):

6. а) $3a + 7,4$, якщо $a = 12$; б) $0,5x + 14$, якщо $x = -3$;

в) $24,5 - 4t$, якщо $t = 6$; г) $-k + 17$, якщо $k = -7$.

7. а) $14a + 15b$, якщо $a = 1,5$ і $b = 0,5$;

б) $15a - 14b$, якщо $a = 2,5$ і $b = 0,5$;

в) $x(0,5a - 4)$, якщо $a = 42$ і $x = 0,2$;

г) $84a + 12b$, якщо $a = 0,25$ і $b = -\frac{3}{4}$.

8. а) $2(a + b)$, якщо $a = 6,4$ см, $b = 0,045$ м;

б) $a + b + c$, якщо $a = 3,4$ см, $b = 0,4$ дм, $c = 0,05$ м;

- в) ah , якщо $a = 0,028$ км, $h = 18,5$ м;
 г) $4(a + b + c)$, якщо $a = 4,3$ дм, $b = 30$ см, $c = 0,27$ м.

9*. Запишіть вирази для обчислення периметрів фігур, зображених на малюнку 1. Яка з фігур має найбільшу площу?

10°. Нафтопровід перекачує 7 тис. т нафти за годину. Скільки тонн нафти можна перекачати нафтопроводом за 3 год? За 2,5 год? За t год? За добу? За 2 доби? За k діб?

11°. Знайдіть значення виразів n , m і s :

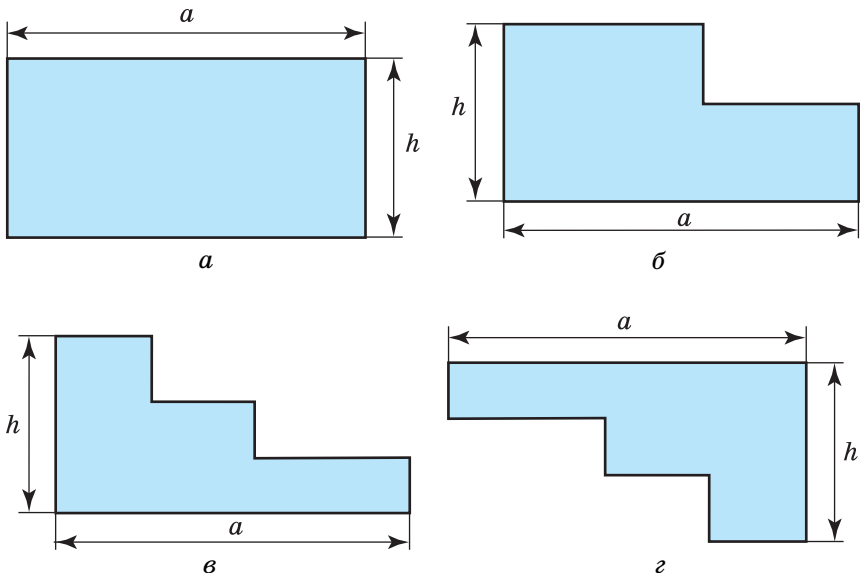
- а) $n = 2k$, якщо $k = 103$; б) $n = 2k + 1$, якщо $k = 103$;
 в) $m = 2k - 1$, якщо $k = 28$; г) $m = 3k + 1$, якщо $k = 25$;
 г) $m = 3k - 1$, якщо $k = 29$; д) $m = 5k + 1$, якщо $k = 35$;
 е) $s = vt$, якщо $v = 48,5$, $t = 2,6$.

12°. Для яких значень змінної y не мають смислу вирази:

- а) $\frac{3}{y-5}$; б) $\frac{y}{y+3}$; в) $\frac{7}{y^2+1}$?

13*. Знайдіть, якщо це можливо, пару значень змінних a і b , для яких не мають смислу вирази:

- а) $\frac{17}{a-b}$; б) $\frac{5}{a+b}$; в) $\frac{a^2}{a^2+b^2}$; г) $\frac{a+b}{a^2+b^2+4}$.



Мал. 1

14. Чи може значення виразу $-2x$ бути додатним числом? Якщо може, то наведіть приклади.
15. Чи може вираз $1 + a^2$ набувати від'ємних значень? Відповідь поясніть. Укажіть найменше значення цього виразу.
- 16*. Задумайте ціле число, помножьте його на 3, від одержаного результату відніміть 27, різницю поділіть на 3 і від частки відніміть задумане число. Яке число ви дістали? Доведіть, що одержаний результат не залежить від задуманого числа.
17. Заповніть таблицю (рух рівномірний прямолінійний):

Шлях, км	200	s	s	s		
Швидкість, км/год			50	v	60	v
Час, год	4	t			5	10

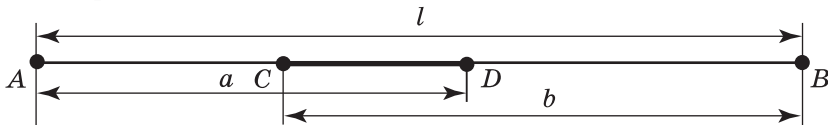
18. Заповніть таблицю:

Урожайність, ц з 1 га	4,1	P	25	P	
Площа ділянки, га	8,5	8			6,5
Валовий збір урожаю, ц			500	m	m

Запишіть вирази для розв'язування задач (19–22):

19. Зошит коштує a к., ручка – вдвічі дорожча. Скільки коштують п'ять зошитів і три ручки?
20. Учні посадили x саджанців дуба, саджанців сосни – в 1,4 раза більше, а саджанців клена – на 80 штук менше, ніж сосни. Скільки саджанців сосни і клена посадили учні?
21. Турист ішов 5 год зі швидкістю a км/год і 3 год зі швидкістю b км/год. Яку відстань подолав турист?
22. Яку відстань пройде моторний човен проти течії за 2,4 год, якщо власна його швидкість 7,5 км/год, а швидкість течії x км/год?
23. Із двох населених пунктів A і B вирушають одночасно назустріч один одному пішохід та велосипедист і зустрічаються через t год. Складіть вираз для визначення відстані між цими населеними пунктами, якщо швидкість пішохода 5 км/год, а швидкість велосипедиста 12 км/год. Знайдіть цю відстань, якщо: а) $t = 2,5$ год; б) $t = 4$ год.

24. Периметр прямокутника 48 дм, основа a дм. Складіть вираз для обчислення площі прямокутника. Знайдіть площу прямокутника, якщо: а) $a = 7$ дм; б) $a = 11,5$ дм; в) $a = 14$ дм.
25. Запишіть чотири натуральні числа, кратні числу 3. Подайте кожне з них у вигляді добутку числа 3 на відповідне натуральне число. Запишіть вираз зі змінною, який позначає натуральне число, що ділиться на 3 без остачі.
- 26*. Складіть за малюнком 2 вираз для обчислення довжини відрізка CD .



Мал. 2

Запишіть у вигляді виразу і обчисліть (27–29):

- 27°. а) Суму чисел 27,29 і 72,71; б) різницю чисел 68,1 і $-31,3$;
в) добуток чисел $1\frac{3}{8}$ і $-1\frac{3}{5}$; г) частку чисел 0,01 і $-0,002$;
г) подвоєну суму чисел 37,29 і 62,71;
д) потроєну різницю чисел 68,1 і $-41,9$.
- 28°. а) Суму чисел m і n , якщо $m = 4\frac{1}{4}$, $n = -5,3$;
б) різницю чисел m і n , якщо $m = 0,6$, $n = -2\frac{2}{5}$;
в) подвоєну суму чисел m і n , якщо $m = 10,7$, $n = 5,3$.
- 29*. а) Різницю частки чисел $\frac{11}{15}$ і $3\frac{2}{3}$ та числа 0,5, зменшену на число, протилежне числу $-0,3$;
б) суму добутку чисел $5\frac{1}{3}$ і 0,75 та числа 2,4, збільшену на число, протилежне числу $-0,6$.
- 30°. Від суми чисел $-15\frac{1}{4}$ і $7\frac{3}{4}$ відніміть 0,25.
- 31°. Від добутку чисел $3\frac{1}{2}$ і $-5\frac{3}{4}$ відніміть суму чисел 10,7 і $-3,3$.
32. На скільки:
а) різниця чисел 65,71 і $-24,3$ більша від їх суми;
б) добуток чисел 14,6 і $-1,5$ менший від суми чисел 47,89 і $-28,7$?

33*. Що більше і на скільки: різниця числа 2 та добутку чисел

$0,25$ і $7\frac{1}{5}$, поділена на $1\frac{2}{3}$, чи сума числа 3 та добутку чисел

$-2\frac{1}{2}$ і $0,4$, помножена на $\frac{1}{3}$?

1.2. Тотожно рівні вирази. Тотожності

● **Що таке тотожність.** Два числові вирази, сполучені знаком « $=$ », утворюють **числову рівність**.

Якщо значення лівої і правої частин рівності одне й те саме число, то рівність називають **правильною**.

Наприклад, рівність $(56 + 24) \cdot 2 = 160$ правильна, оскільки $(56 + 24) \cdot 2 = 80 \cdot 2 = 160$. Правильною є також рівність $3 \cdot (15 - 9) = (41 - 5) : 2$, бо $3 \cdot (15 - 9) = 3 \cdot 6 = 18$ і $(41 - 5) : 2 = 36 : 2 = 18$.

Приклад 1. Розглянемо три вирази з однією і тією самою змінною: $2x + 2$, $0,5 + 0,5x$, $2(x + 3) - 4$.

Знайдемо їх значення, якщо $x = 2$. Маємо:

$$2x + 2 = 2 \cdot 2 + 2 = 6;$$

$$0,5 + 0,5x = 0,5 + 0,5 \cdot 2 = 1,5;$$

$$2(x + 3) - 4 = 2 \cdot (2 + 3) - 4 = 2 \cdot 5 - 4 = 6.$$

Числа 6; 1,5; 6 називають **відповідними значеннями** даних виразів.

Знайдемо відповідні значення даних виразів для кількох інших значень змінної x і порівняємо їх між собою. Для зручності результати обчислень занесемо до таблиці:

x	1	0	-1	-2	-3
$2x + 2$	4	2	0	-2	-4
$0,5 + 0,5x$	1	0,5	0	-0,5	-1
$2(x + 3) - 4$	4	2	0	-2	-4

Як бачимо, відповідні значення всіх виразів рівні між собою, якщо $x = -1$. Відповідні значення першого і третього виразів рівні між собою для всіх наведених у таблиці значень x .

Цікаво, чи будуть вони рівними і для інших значень змінної x ? Щоб відповісти на це запитання, перетворимо третій вираз, скориставшись розподільним законом множення. Маємо:

$$2(x + 3) - 4 = 2x + 6 - 4 = 2x + 2.$$

Отже, рівність $2(x + 3) - 4 = 2x + 2$ правильна для будь-яких значень змінної x . Таким чином, відповідні значення цих ви-